

Bölüm 4 Ekstra Materyal

— Giriş —

Derslerin özellikle kısa tutulan açıklamalarında daha fazla örnek, tartışma ve yorum olmasını isteyen biri misiniz? Eğer öyleyse, bu dosya 4.bölümdeki bazı etkinlikler için ek materyaller içermektedir.

Bulmacalar için birçok çözülmüş bulmaca örnekleri ve bunları nasıl oluşturabileceğinizle ilgili ek yorumlar verilmiştir. The Early Family Math programı erken matematiğin bir ailenin birlikte yapması gereken bir etkinlik olduğu fikrine dayanmaktadır ve çocuğunuzla birlikte çözebileceğiniz bulmacalar hazırlamak bu sürecin önemli bir parçasıdır. Her bir bulmacayı kavradığında, bulmacaların çoğunu hatta tamamının sizin için oldukça kolay olduğunu göreceksiniz.

Bu bulmacaların birçoğunun farklı derecelerde zorluk seviyeleri var, ve ilerleyen sayfalarda bu bulmacaları nasıl oluşturabileceğinize dair birçok öneri ve örnekler bulunmaktadır. Daima, en kolay olan bulmacalar ile başlayın. Çocuğunuzun biraz fazla kolay bulmacalarla başarı, anlayış ve eğlence deneyimini yaşaması, çok zor bulmacalarla hayal kırıklığına uğramasına, cesaretinin kırılması ve aşırı zorlanmasından çok daha iyidir. Çocuğunuz bir matematik etkinliğine karşı güven ve heyecan geliştirdiğinde, yavaş yavaş daha çok zorluklar eklemenin zamanı gelmiştir. Ayrıca, her bulmaca herkes için olmayacaktır , bu yüzden çocuğunuzun ilgisini çekmeyen bulmacaları ve etkinlikleri ona zorlamayın.

Sonraki sayfalarda şu etkinlikleri bulacaksınız :

- **Bölüm 4 – Kapalı Toplamlar**
- **Bölüm 4 – Ada Atlama - Dengeleme**
- **Bölüm 4 – Fark Üçgenleri ve Toplama Üçgenleri**
- **Bölüm 4 – Ada Atlama - Sayı Atlama**
- **Bölüm 4 – Tamir Et**
- **Bölüm 4 – Ada Atlama - Birler ve Onlar**
- **Bölüm 4 – Tektaş Şekil Bulmacaları**
- **Bölüm 4 – Toplam Kare**
- **Bölüm 4 – Toplama Piramidi**
- **Bölüm 4 – Araştırmalar**

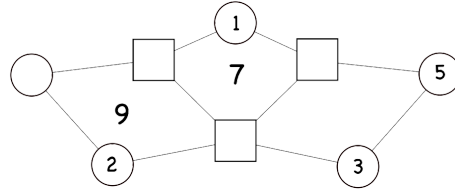
— Yasal Haklar —

Her ailenin birlikte matematik öğrenme ve bundan keyif alma fırsatı olmalıdır. Bu amaçla, Early Family Math, ailelerin ve eğitimciler izin almadan, yalnızca ticari olmayan amaçlarla serbestçe düzenleyebileceği, çevirebileceği, kopyalayabileceği ve dağıtabileceği materyallerden oluşan bir koleksiyondur. © Telif Hakkı Early Family Math - Chris Wright 2025 v. 2.0 Creative Commons: Attribution-NonCommercial 4.0 Uluslararası Lisans

Bölüm 4 - Kapalı Toplamalar

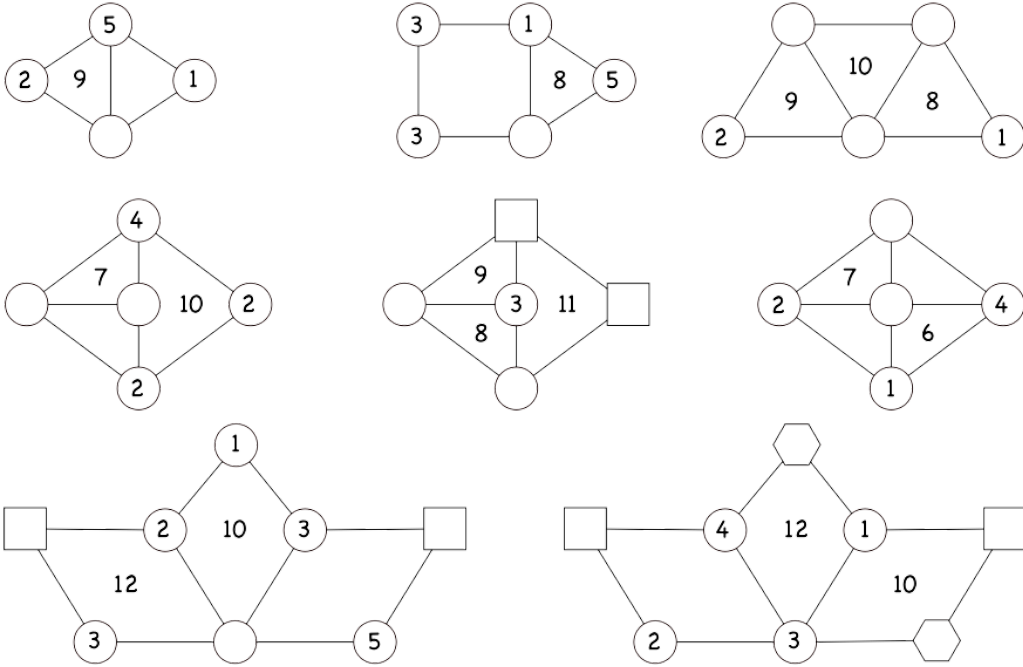
Bu bulmacada, çizgilerle birbirine bağlanan şekiller bulunur. Her kapalı bölgede, onu çevreleyen şekillerin toplamı olan bir sayı vardır. Şekil Toplamları bulmacalarına benzer bir şekilde, daireler herhangi bir değere sahip olabilir, ve daire olmayan bir şekilde değeri aynı türdeki şekille aynı olmalıdır. Örneğin tüm kareler aynı değere sahip olmalı ve tüm altıgenler aynı değere sahip olmalıdır. İsteğe bağlı olarak, farklı daire olmayan şekillerin farklı değerlere sahip olması gerektiği kuralını ekleyebilirsiniz - örneğin, kareler ve altıgenler farklı değerlere sahip olmalıdır.

Çocuğunuz için bulmaca, verilmeyen şekillerdeki ve bölgelerdeki sayıları bulmaktır.



Bu bulmacaları oluşturmak için önce daireler ve belki de başka şekillerden oluşan bir diyagram çizin. Daha sonra, tüm şekilleri sayılarla doldurun ve sınırlı bölgeleri, onları çevreleyen şekillerin toplamıyla doldurun. Son olarak, bazı sayıları kaldırın.

Bölüm 3'teki Şekil Toplamları bulmacalarında olduğu gibi, yalnızca bir veya iki sayının eksik olduğu basit bulmacalarla başlayın ve yavaş yavaş daha fazla sayıların eksik olduğu, birbirine bitişik daha fazla bölgenin bulunduğu ve daire olmayan bölgelerdeki değerlerin daha fazla kullanıldığı bulmacalara doğru ilerleyin.



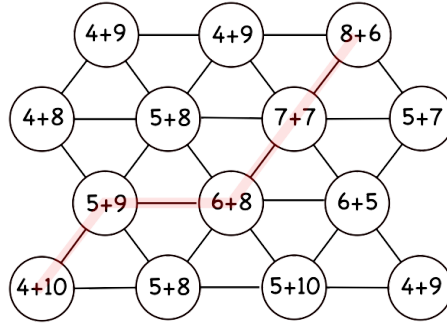
Bölüm 4 - Ada Atlama - Dengeleme

Toplama için dengeleme yöntemini kullanmak, toplama işlemlerini çok kolay hale getiren bir yaklaşımdır. Bu yöntemin temel fikri toplanan sayılardan birinden belirli bir miktar alıp diğerine eklemektir - sonuç değişmez , ancak sayılardan biri daha kolay işlenebilir hale gelir.

Örneğin , $7 + 8$ toplama işlemini yaparken , 7'den 2 alıp 8'e verirse, işlem $5+10$ olur. Alternatif olarak 8'den 3 alıp 7'ye verirse, işlem $10 + 5$ olur. Sayılardan birini 10'un katı yapabildiğiniz her durumda, çok daha basit bir işlem elde edersiniz.

Bu bulmacalar dengeleme yöntemini kullanarak yeni problemler oluşturma pratiği sağlar. Amaç, aynı sonuca sahip tüm adaları birbirine bağlayan bir yol bulmaktır. İki adayı yalnızca problemlerindeki sayılar 1 farkla değişiyorsa birleştirmek mümkündür. Yalnızca bazı adalar yol üzerinde olacaktır.

Bu bulmacaları yaklaşık on ada ve bağlantılarla başlayarak oluşturun. Adaların bir kenarından diğerine uzanan bir yol belirleyin. Bu yol boyunca , birbirinden yalnızca bir farklılık gösteren problemler yerleştirin - örneğin, 10 eklemeyi içeren bir problemle başlayın ve ardından bunun üzerinden varyasyonlar oluşturun. Yolun yakınındaki adalara , küçük değişiklikler içeren ve farklı cevaplar veren problemler ekleyin.

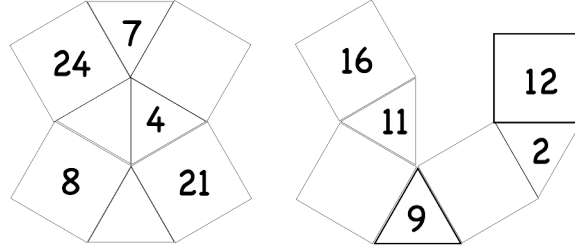


Bu bulmacanın zorluk seviyesini değiştirmek için gerçekten yapılabilecek çok az şey var. Yanlış yollar eklemek, muhtemelen zorluktan çok kafa karışıklığına yol açacaktır, ve genellikle kötü bir fikirdir.

Bölüm 4 - Fark Üçgenleri ve Toplam Üçgenleri

— Fark Üçgenleri —

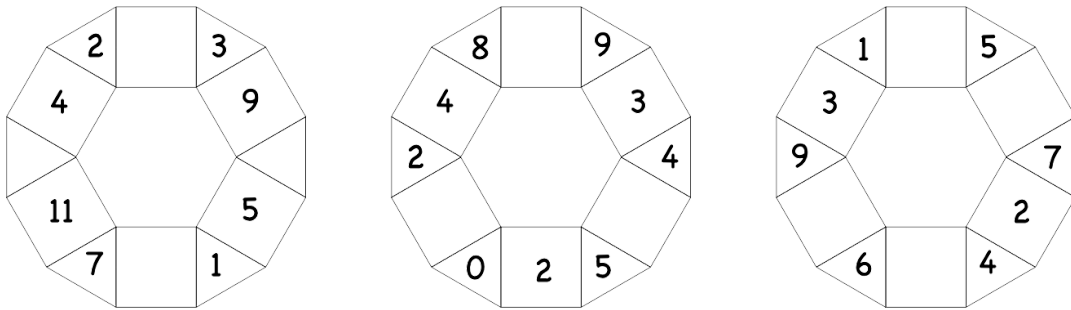
Fark Üçgen bulmacaları kenarlarını paylaşan üçgenler ve kareler içerir. Bir üçgen her zaman iki kenarında kareler bulunur, ve kalan kenarında ise ya bir üçgen ya da bir boşluk vardır. Bir üçgenin içindeki sayı, bitişik iki karenin sayılarının farkıdır. Bu bulmacadaki amaç, eksik sayıları tamamlamaktır.



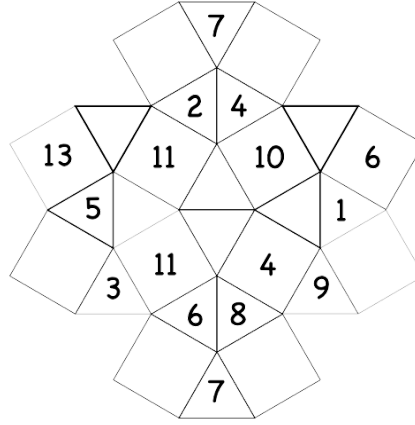
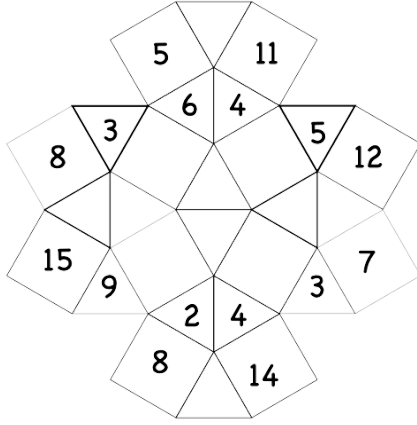
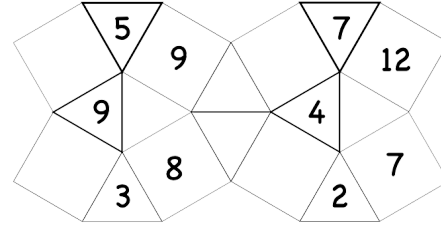
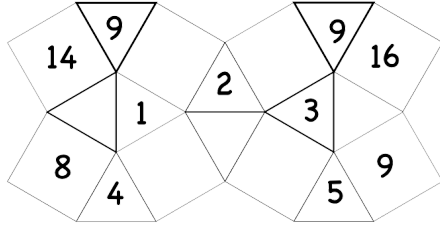
Bulmaca Yapımı: Döngüsüz bulmacalar yapmak kolaydır. Kareler ve üçgenlerden oluşan bir alternatif dizi çizin, bir uçtan başlayarak sayıları yerleştirin ve ardından diğer uca doğru ilerleyin. Tamamladığınızda, bazı sayıları kaldırın. Döngüler veya daha karmaşık etkileşimler içeren bulmacalar daha zordur; ancak bu çaba, bazı zorlayıcı bulmacalarla karşılığını verir!

Çocuğunuz bunlara alıştığında, kendi bulmacalarını oluşturmayı denemek isteyebilir. Sayıların nasıl bir araya geldiğini çözerek hem eğlenecek hem de öğreneceklerdir.

Çözüm Stratejileri: İlk olarak, iki dolu kare arasında bulunan üçgenlere bakılmalıdır. Bir diğer kolay durum ise, dolu bir üçgenin yanında bulunan ve yanında daha küçük dolu bir kare olan karedir - bu durumda, negatif sayılarla çalışmadığımız için, boş kareyi doldurmak için yalnızca bir seçenek vardır. En yaygın durum ise, bir yönde iki olası değere ve diğer yönde iki farklı olasılığa sahip bir karedir - genellikle bu olasılıklar arasında yalnızca bir sayı örtüşür.

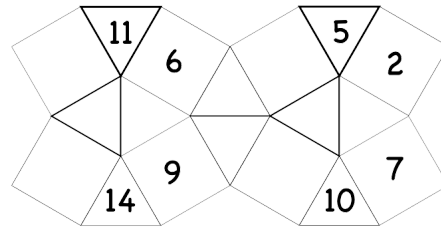
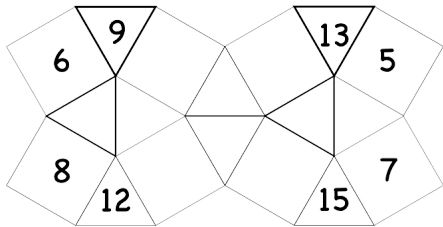
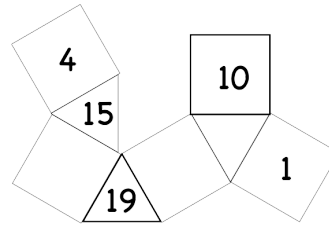
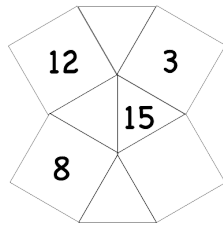


Bakınız birçok bağlantıya sahip bazı örnekler.



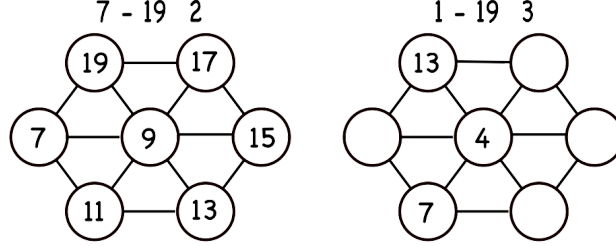
— Toplam Üçgenleri —

Toplam Üçgen bulmacaları tıpkı Fark Üçgenleri gibidir, ancak çıkarma yerine toplama işlemi kullanılır. Bir üçgenin değeri, iki veya üç kare komşusunun toplamıdır. Bu bulmacaları Fark Üçgenlerine benzer yöntemlerle oluşturabilirsiniz. Toplam Üçgen bulmacaları, genellikle Fark Üçgenlerinden daha kolay çözülür.



Bölüm 4 - Ada Atlama - Sayı Atlama

Bu bulmacada, adalar (daireler) köprüler (çizgiler) ile birbirine bağlanmıştır. Ada Atlama'nın bu versiyonunda, bağlantılar sayı atlama yöntemiyle yapılır. Bazı adaların üzerinde sayılar vardır ve bazıları boş başlayacaktır. Bulmacanın üzerinde başlangıç sayısı, bitiş sayısı ve atlama miktarıdır. Amaç, eksik sayıları doldurmak ve yolu



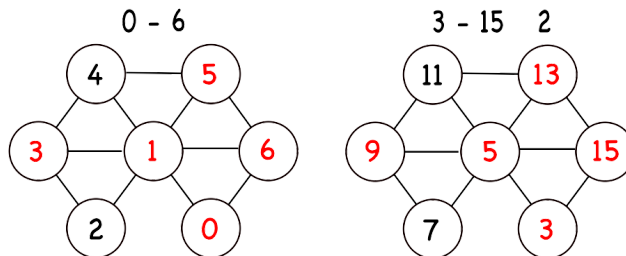
bulmaktır . Ek olarak sayıları ve boşlukları yere serilmiş kağıtlara yerleştirerek bir adım bulmacası oluşturabilirsiniz.

Sayı Atlayarak Sayma etkinliğinde olduğu gibi, yalnızca atlama miktarının katları olan sayılarla değil, çeşitli sayılardan başlayarak ileri veya geri gitme pratiği yapmak için bulmacalar oluşturun.

Bu bulmacaları oluşturmak, Bölüm 2'nin başlarında bulunan Ada Atlama - Sayma bulmacalarını oluşturmakla aynıdır. Önce adaları oluşturun, atlama sayılarını doldurun, bu adaları doğru sırayla birbirine bağlayın, ve ardından bir bulmaca oluşturmanıza yardımcı olacak ek bağlantılar ekleyin. Çocuğunuza sunduğunuz versiyonunda, çözülebilecek kadar yeterli sayı bırakarak bazı sayıları çıkarın.

Ada Atlama - Sayma için bulmaca oluşturma stratejilerini Bölüm 2 Bonus Materyalinde yeniden gözden geçirebilirsiniz. Ayrıca, hâlâ bu bulmacalardan birine sahipseniz , onlardan birini bu tür bulmacalara dönüştürmek oldukça kolaydır. Bölüm 2'den aşağıdaki bulmacayı ele alın. Bu bulmaca 0'dan 6'ya kadar saymayı içerir. Kırmızı sayılar, bulmaca çocuğunuza verildiğinde normalde boş bırakılan sayılardır. Bunu 3'ten başlayan ve 2'şer atlayarak sayan bir bulmacaya dönüştürmek için, aşağıdaki tabloda belirtildiği gibi tüm sayıları 2 ile çarpıp ardından 3 ekleyin. Sonrasında, orijinal sayıları , kırmızı olanları hariç tutarak ,yeni sayılarla yerini değiştirin.

	0	1	2	3	4	5	6
2 ile Çarp	0	2	4	6	8	10	12
3 Ekle	3	5	7	9	11	13	15



Bölüm 4 - Tamir Et

Hedef toplamı olan 4'e 4'lük bir sayı ızgarısıyla başlayın. Buradaki amaç, her satır ve sütunda kalan sayıların toplamının hedef toplama eşit olması için hangi sayıların çıkarılacağını bulmaktır. Alternatif bir versiyon, her satır ve sütun için ayrı hedef toplamları kullanılır .

Bu bulmacaları, hedef toplamı verecek şekilde sayı çiftleri veya üçlüleri yerleştirerek oluşturun. Ardından kalan boşlukları yanıtıcı yem sayılarla doldurun. Bu bulmacayı daha zor hale getirmek için kısmen işe yarayan alternatif çiftler veya üçlüler ekleyebilirsiniz. Çocuğunuz bu bulmacalardan keyif alıyor fakat çok kolay buluyorsa , 4'e 5, 5'e 5 veya daha büyük versiyonlarını oluşturabilirsiniz.

Aşağıda, bulmacaların çalışması için hangi sayıların çıkarılacağını göstermek amacıyla kırmızı yıldızlar eklenmiştir.

8	9	10	11																																																																
<table border="1"><tr><td>6*</td><td>3</td><td>5</td><td>2*</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td><td>4*</td><td>5</td></tr><tr><td>3*</td><td>4</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>6</td><td>4*</td><td>2</td><td>5*</td></tr></table>	6*	3	5	2*	2	1	4*	5	3*	4	1	3	6	4*	2	5*	<table border="1"><tr><td>7</td><td>4*</td><td>5*</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td><td>4*</td><td>6</td></tr><tr><td>3*</td><td>4</td><td>4</td><td>1</td></tr><tr><td>6*</td><td>4</td><td>5</td><td>3*</td></tr></table>	7	4*	5*	2	2	1	4*	6	3*	4	4	1	6*	4	5	3*	<table border="1"><tr><td>3</td><td>3</td><td>6*</td><td>4</td></tr><tr><td>7</td><td>1</td><td>2</td><td>6*</td></tr><tr><td>4*</td><td>6</td><td>1*</td><td>4</td></tr><tr><td>6*</td><td>4*</td><td>8</td><td>2</td></tr></table>	3	3	6*	4	7	1	2	6*	4*	6	1*	4	6*	4*	8	2	<table border="1"><tr><td>8</td><td>3</td><td>5*</td><td>4*</td></tr><tr><td>1*</td><td>1*</td><td>4</td><td>7</td></tr><tr><td>3</td><td>8</td><td>1*</td><td>3*</td></tr><tr><td>7*</td><td>5*</td><td>7</td><td>4</td></tr></table>	8	3	5*	4*	1*	1*	4	7	3	8	1*	3*	7*	5*	7	4
6*	3	5	2*																																																																
2	1	4*	5																																																																
3*	4	1	3																																																																
6	4*	2	5*																																																																
7	4*	5*	2																																																																
2	1	4*	6																																																																
3*	4	4	1																																																																
6*	4	5	3*																																																																
3	3	6*	4																																																																
7	1	2	6*																																																																
4*	6	1*	4																																																																
6*	4*	8	2																																																																
8	3	5*	4*																																																																
1*	1*	4	7																																																																
3	8	1*	3*																																																																
7*	5*	7	4																																																																

Aşağıda, satırlar ve sütunlar için ayrı hedef toplamlar kullanılan iki bulmaca verilmiştir.

<table border="1"><tr><td>6</td><td>3</td><td>7</td><td>8*</td></tr><tr><td>2*</td><td>1*</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>3*</td><td>4*</td><td>7</td><td>3</td></tr><tr><td>5</td><td>6</td><td>3*</td><td>5*</td></tr></table>	6	3	7	8*	2*	1*	4	5	3*	4*	7	3	5	6	3*	5*	16	<table border="1"><tr><td>0</td><td>6</td><td>5*</td><td>2</td></tr><tr><td>7</td><td>8*</td><td>5</td><td>4*</td></tr><tr><td>2</td><td>7</td><td>1*</td><td>4*</td></tr><tr><td>3*</td><td>1*</td><td>9</td><td>8</td></tr></table>	0	6	5*	2	7	8*	5	4*	2	7	1*	4*	3*	1*	9	8	8
6	3	7	8*																																
2*	1*	4	5																																
3*	4*	7	3																																
5	6	3*	5*																																
0	6	5*	2																																
7	8*	5	4*																																
2	7	1*	4*																																
3*	1*	9	8																																
11	9	18	8	9	12	9	17																												
				9	13	14	12																												

Bölüm 4 - Ada Atlama - Birler ve Onlar

Sayılarla dolu bir dikdörtgen ızgara verilir. Buradaki amaç, kenarlarını paylaşan herhangi iki sayının yalnızca tek bir basamakta farklılık gösterdiği ve o basamaktaki rakam farkının 1 (0 ile 9 arasındaki geçiş de dahil) olacak şekilde sayıları doldurmaktır. Tüm ızgarada hiçbir sayı birden fazla kullanılmamalıdır. Başlangıç seviyesindeki çözümler için 100 Tablosuna başvurmak faydalı olabilir.

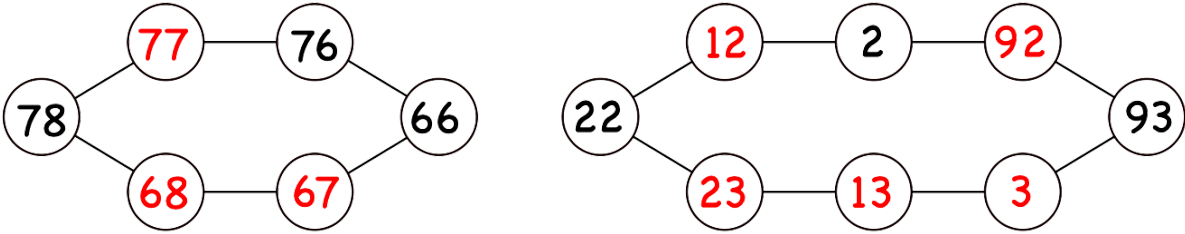
Bu bulmacayı boş bir ızgarayı sayılarla doldurarak ve hiçbir sayıyı tekrarlamayarak oluşturun. Ardından, çocuğunuz için çok zor olmamasına dikkat ederek bazı sayıları kaldırın. Verilen örneklerde, kırmızı sayılar eksik sayıları göstermektedir.

57	67	66	56
5	4	94	95

33	23	13
32	22	12

Yalnızca tek basamaklı ve iki basamaklı sayılar kullanıldığında, eklenebilecek çok fazla bir zorluk yoktur . Ancak, bu bulmacalar basamak değerini anlamak için harika bir alıştırmaya sağlar. Çocuğunuzun şaşkırtabilecek bir nokta, 95'ten 5'e ve ardından 15'e veya 11'den 10'a, 0'a ve 9'a gibi geçişlerdir- tek basamaklı sayılarda onlar basamağında 0 olduğunu fark etmeyebilir ve 0 ile 9'un bağlantılı olması onları şaşkırtabilir.

İzgaralar, bu tür problemleri sunmanın doğal bir yoludur. Aynı zamanda bu bulmacalar, diğer Ada Atlama bulmacalarında olduğu gibi daireler kullanılarak da yapılabilir and bu yaklaşım, bulmaca oluştururken biraz daha esneklik sağlar.



Bölüm 4 - Tektaş Şekil Bulmacaları

— Sihirli Üçgen —

Altı daireden oluşan ve kenarında üç üçgen olan bir üçgen oluşturun. Dairelerin içine , her bir kenardaki sayıların toplamı eşit olacak şekilde , 1'den 6'ya kadar her bir sayıyı bir kullanılacak şekilde yerleştirin. Bu, iki zorluk içerir - Hangi toplamların geçerli olduğunu bulmak ve ardından bu toplamları nasıl elde edeceğinizi belirlemek. Çocuğunuzun hangi toplamların mümkün olduğunu keşfetmesine izin vermek daha iyidir, ancak eğer hayal kırıklığı yaşarsa, mümkün olan toplamlar 9, 10, 11 ve 12'dir.

Eğer çocuğunuz bunu çözmekten keyif alıyorsa, bu daha büyük üçgenler için de yapılabilir. Dört dairesel bir kenara sahip dokuz dairesel bir üçgen için mümkün olan toplamlar 17, 19, 20, 21 ve 23'tür

Bu yaş grubundaki pek çok bulmaca gibi, çocuğunuzun bu oyunla oynamasının asıl amacı, sayıların birbirleriyle nasıl etkileşime girdiğini keşfederken eğlenmelerini sağlamak ve sayı bilgilerini pekiştirmelerine yardımcı olmaktır. Henüz keşiflerinde sistematik olabilmek için gerekli matematiksel veya mantıksal becerilere sahip değiller. Ancak, bu bulmacalar daha derinlemesine keşfedilebilir ve eğer siz veya yaşça büyük bir çocuk ilgileniyorsa, işte araştırılabilecek bazı fikirler.

Bir üçgenin bir kenarındaki sayıların toplamını "sum" olarak ifade edelim. Üçgenin üç kenarındaki sayıların toplamını hesapladığımızda, bu toplam $3 \times \text{sum}$ olacaktır. Ancak, üç kenarın toplamı aynı zamanda tüm sayıların toplamı artı köşelerdeki sayıların birer ekstra kopyası olacaktır. C-SUM, üç köşedeki sayıların toplamı olsun. Bu durumda, $3 \times \text{SUM} = (\text{Tüm sayıların toplamı}) + \text{C-SUM}$ şeklinde bir ilişki elde ederiz

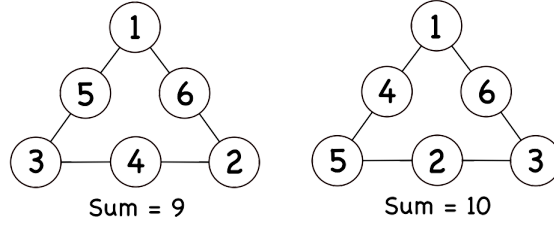
6 dairesel bulmaca. Bunu altı dairesel üçgene uygulayın. Tüm sayıların toplamı, birden altıya kadar olan sayıların toplamıdır, yani 21'dir. Bu nedenle denklem şu şekilde olur: $3 \times \text{SUM} = 21 + \text{C-SUM}$. En küçük C-SUM, $1 + 2 + 3 = 6$ olabilir ve en büyük C-SUM, $4 + 5 + 6 = 15$ olabilir. Yani, $3 \times \text{SUM}$, $21 + 6 = 27$ ile $21 + 15 = 36$ arasında bir değerde olacaktır. Bu, SUM'un 9, 10, 11, 12 olmasını zorunlu kılar. Ayrıca, $\text{C-SUM} = 3 \times \text{SUM} - 21$ olduğunu ve bu formülün köşeleri bulmak için kullanışlı olduğunu unutmayın.

Dikkat edilmesi gereken bir diğer şey, olası değerlerin simetrisidir. Bu simetrinin nedeni, her çözüm için, tüm sayılardan 7 (ya da dokuz dairesel bulmaca için 10) çıkararak başka bir çözümün oluşmasıdır. Biraz hesaplama yapıldığında, bu simetrinin SUM toplamına sahip bir bulmacayı alıp, $(21 - \text{SUM})$ (ya da dokuz dairesel bulmaca için $40 - \text{SUM}$) toplamına sahip yeni bir bulmaca oluşturduğunu göreceksiniz.

Gerçek sayılarla işlem yapmaya başlamadan önce dikkat edilmesi gereken son şey, üç köşe için herhangi bir çözümde, köşelerin saat yönünde artan sırayla yerleştirildiğini varsayabileceğimizdir; en küçük sayı en üstte olacak şekilde. Eğer başlangıçta bu şekilde yerleştirilmemişlerse, diyagramı döndürebilir veya ters çevirebilirsiniz.

Tüm bu gözlemler, büyük bir iş yükünden tasarruf sağlar. Sadece SUM'un 9 ve 10 olduğu durumlara bakmamız gerekir ve köşelerin artan sırayla yerleştirilmiş olması gerektiğini kabul edebiliriz. Eğer SUM 9 ise, o zaman $\text{C-SUM} = 3 \times 9 - 21 = 6$ olur, yani üçlü 1, 2 ve 3'tür. Eğer SUM 10 ise, o zaman $a + b + c = 3 \times 10 - 21 = 9$ olur. Bu da iki olasılık bırakır - köşe değerleri ya 1, 2 ve 6 olur, ya da 1, 3 ve 5. Hızlı bir deneme, 1, 2 ve 6'nın bir olasılık olmadığını ortaya koyar.

Bu kadar çalışmadan sonra, altı dairesel bulmaca için SUM'un 9 ve 10 olduğu çözümleri bulduk. Unutmayın ki, SUM 11 ve 12 olduğunda çözümleri elde etmek için tüm girişlerden 7 çıkarabilirsiniz.



9 dairesel bulmaca. Aynı yaklaşımını 9 dairesel bulmaca içinde kullanın. 1'den 9'a kadar olan sayıların toplamı 45'tir. Dolayısıyla, $3 \times \text{SUM} = 45 + \text{C-SUM}$. C-SUM'un en küçük değeri $1 + 2 + 3 = 6$, en büyük değeri ise $7 + 8 + 9 = 24$ olabilir. Yani $3 \times \text{SUM}$, $45 + 6 = 51$ ile $45 + 24 = 69$ arasında olmalıdır, bu da SUM'un 17 ile 23 arasında olması gerektiği anlamına gelir. Bir çözüm alıp tüm girişlerden 10 çıkarıldığında şu SUM eşleşmeleri elde edilir: 17 - 23, 18 - 22, 19 - 21, ve 20 - 20. Yani çözümler sadece 17, 18, 19 ve 20 için gereklidir. C-SUM için karşılık gelen değerler ise 6, 9, 12 ve 15'tir.

SUM = 17 ve C-SUM = 6. Bunun için köşeler 1, 2, 3 olmalı ve bu işe yarar.

SUM = 18 ve C-SUM = 9. Bunun için köşeler ya 1, 2, 6 ya da 1, 3, 5 olmalı. Hiçbiri çalışmaz.

SUM = 19 ve C-SUM = 12. Köşeler için pek çok olasılık vardır, ancak işe yarayan tek kombinasyonlar 1, 4, 7 ve 2, 3, 7'dir.

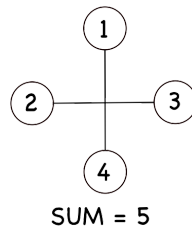
SUM = 20 ve C-SUM = 15. Köşeler için çok fazla kombinasyon vardır ve bunların birçoğu çalışır. Çalışan iki kombinasyon 1, 5, 9 ve 2, 5, 8'dir.

— Sihirli Tasarımlar —

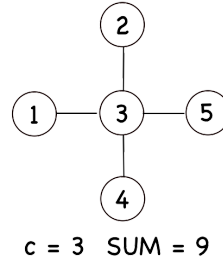
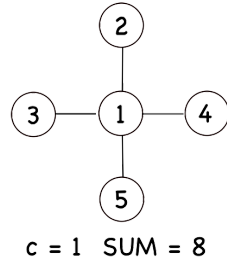
Sirihli Üçgenlere benzer olarak, burada dairelerin geometrik bir desenle birbirine bağlandığı ve bu dairelere bağlı bir grup sayının bulunduğu bir düzen vardır. Sayıları dairelere yerleştirerek, her düz çizgiyle bağlanmış dairelerin toplamının aynı olmasını sağlayın.

Bu bulmacaların analizi, Sihirli Üçgenler'de yapılanlara benzerdir. SUM, tüm satırların paylaştığı ortak toplam olsun. Ortada bir daire bulunan bulmacalar için c, bu orta dairenin değerini temsil etsin. Genel strateji, tüm satırları toplayıp ortaya çıkan ilişkiyi incelemek olacaktır. Ayrıca, tıpkı Sihirli Üçgenler'de olduğu gibi, tüm girdileri en büyük sayıdan bir fazlasından çıkararak yeni bir çözüm elde edilebileceğini unutmayın.

1. 1'den 4'e kadar olan sayılar, ortak dairelerin bulunmadığı artı (+) işareti şeklinde yerleştirilmiştir. 1'den 4'e kadar olan sayıların toplamı 10'dur ve bu toplam iki yön arasında eşit olarak paylaşılır. Bu durumda SUM = 5 olur ve çözüm basittir.

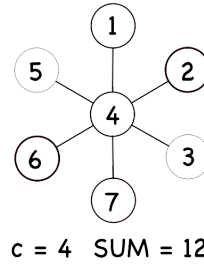
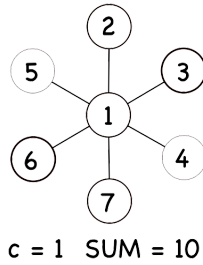


2. 1'den 5'e kadar olan sayılar, ortasında bir dairenin paylaşıldığı artı (+) işareti şeklinde düzenlenmiştir. 1'den 5'e kadar olan sayıların toplamı 15'tir. İki yöndeki (yatay ve dikey) sayıların toplamını aldığımızda $2 \times \text{SUM} = 15 + c$ denklemini elde ederiz. $15 + c$ 'nin çift sayı olması gerektiğinden, c yalnızca 1, 3 ve 5 değerlerini alabilir.

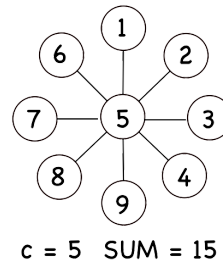
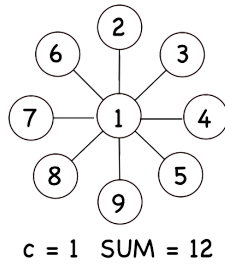


$c = 1$ için bulunan çözümdeki tüm sayıları 6'dan çıkararak $c = 5$ ($\text{SUM} = 10$) çözümünü elde edebiliriz.

3. 1'den 7'ye kadar olan sayılar, ortadaki bir dairenin paylaşıldığı üç yönlü bir düzenlemede yerleştirilmiştir. Üç yöndeki toplamları aldığımızda $3 \times \text{SUM} = 28 + 2 \times c$ denklemini elde ederiz. $28 + 2 \times c$ 'nin 3'e tam bölünebilmesi gerektiğinden, c yalnızca 1, 4 veya 7 değerlerini alabilir. $c = 1$ ve $c = 4$ için çözümler aşağıda verilmiştir.



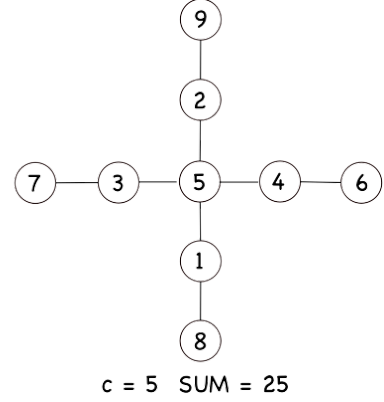
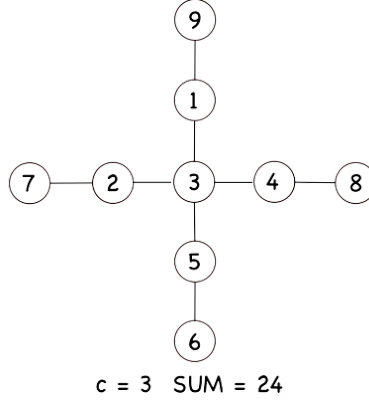
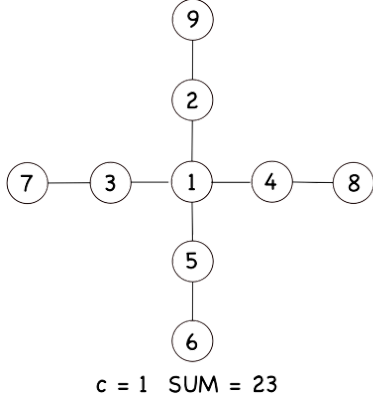
4. 1'den 9'a kadar olan sayılar, ortadaki bir dairenin paylaşıldığı dört yönlü bir düzenlemede yerleştirilmiştir. Dört yöndeki toplamları aldığımızda $4 \times \text{SUM} = 45 + 3 \times c$ denklemini elde ederiz. $45 + 3 \times c$ 'nin 4'e tam bölünebilmesi gerektiğinden, c yalnızca 1, 5 veya 9 değerlerini alabilir.



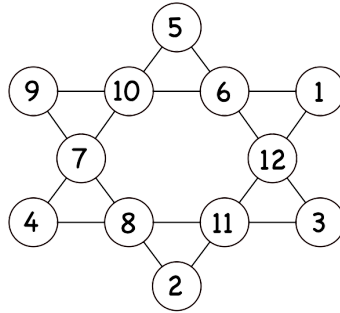
5. 1'den 5'e kadar olan sayılar, köşedeki bir dairenin paylaşıldığı "L" şeklinde bir düzene yerleştirilmiştir. Bu aslında #2 problemindeki ile aynıdır, dolayısıyla çözümler de temelde aynıdır.

6. 1'den 8'e kadar olan sayılar, ortak dairelerin bulunmadığı artı (+) işareti şeklinde düzenlenmiştir. İki yön, tüm sayıların toplamı olan 36'yı eşit olarak böler, bu nedenle $\text{SUM} = 18$ olur. Sayı kümesini 18 toplamını veren iki gruba ayırarak bu problemi çözmenin birçok yolu vardır. Bir çözüm 1, 2, 7, 8 ve 3, 4, 5, 6'dır; diğer bir çözüm ise 1, 3, 6, 8 ve 2, 4, 5, 7'dir.

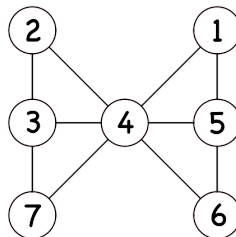
7. 1'den 9'a kadar olan sayılar, ortadaki bir dairenin paylaşıldığı artı (+) işareti şeklinde düzenlenmiştir. İki yöndeki toplamlar alındığında $2 \times \text{SUM} = 45 + c$ denklemi elde edilir. Bu durumda c yalnızca 1, 3, 5, 7 ve 9 değerlerini alabilir. $c = 1, 3$ ve 5 için çözümler aşağıda verilmiştir.



8. 1'den 12'ye kadar olan sayılar, yıldız şeklinde bir düzene yerleştirilmiştir. Bu yıldız, her biri 4 daireden oluşan 6 yöne sahiptir. Bu problem diğerlerine göre çok daha zordur. Tüm yönleri toplarsanız, her sayı iki kez yer alacaktır. 1'den 12'ye kadar olan sayılar 78'e eşittir. Bu durumda $6 \times \text{SUM} = 2 \times 78$ olduğundan, $\text{SUM} = 26$ (ipuçlarında belirtildiği gibi) olur. Bir çözüm aşağıda verilmiştir. Her zamanki gibi, diğer bir çözüm, tüm girişlerden 13 çıkarılarak elde edilebilir.



9. 1'den 7'ye kadar olan sayılar bir H şeklinde yerleştirilmiştir - solda 3 dikey, ortada 1, sağda 3 dikey. 3 bağlı çemberden oluşan 5 mümkün yön vardır. Beş yönü topladığınızda, tüm çemberler iki kez kullanılacak, merkez ise üç kez kullanılacaktır. Beş yönü toplamak, $5 \times \text{SUM} = 2 \times 28 + c$ elde eder. Çünkü 5, $56 + c$ 'yi tam olarak böler, bu da $c = 4$ olmasını zorunlu kılar ve bu durumda $\text{SUM} = 12$ (ipuçlarında belirtildiği gibi) olur. Dikkat edilmesi gereken bir diğer nokta, 2 veya 3'ün 1'in aynı tarafında olmamasıdır ve bu da aşağıdaki çözümü ortaya çıkarır.



Bölüm 4 - Toplam Kare

Başlamak için her satır ve sütun için hedef toplamların verildiği 3x3 bir ızgara oluşturun. 1'den 9'a kadar bazı sayılar zaten ızgarada yerleştirilmiştir. Henüz yerleştirilmemiş sayılar için hedef, satır ve sütun toplamlarının hedef değerlere ulaşmasını sağlamak üzere bu sayıları yerleştirmektir.

Bu tür bir bulmacayı oluşturmak için, 1'den 9'a kadar olan sayıları kağıt parçalarına yazıp 3x3'lük bir ızgaraya yerleştirerek başlayın. Her satır ve sütunun toplamını sağa veya alta yazın. Ardından, ızgaradaki bazı sayıları kaldırın. Son olarak, çıkardığınız kağıt parçalarını çocuğunuza verin ve "Bunlar neredeydi?" diye sorun. Bu bulmacalar oluşturması çok kolay olduğu için, çocuğunuzun sizin çözmeniz için hazırlayabileceği harika bulmacalardır.

Bir varyasyon, toplamları biraz daha küçük tutmak için 0'dan 8'e kadar olan sayıları kullanmaktır. Daha zor bir varyasyon, aynı şeyi 3 x 4 ızgarasında 1'den 12'ye kadar olan sayılarla yapmak veya hatta 4 x 4 ızgarasında 1'den 16'ya kadar olan sayılarla yapmaktır.

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

Orijinal doldurulmuş bulmacayı yapmak oldukça kolaydır. Yukarıda belirtildiği gibi, tüm sayıları yerleştirip toplamları yazmanız yeterlidir. Bulmaca hazırlayan kişi için asıl zorluk, bulmacayı zorlayıcı ancak fazla karmaşık olmayacak şekilde ayarlamak için doğru miktarda bilgiyi çıkarmaktır.

Cözme ve Oluşturma Stratejileri: Öncelikle, bir satır veya sütunda eksik olan tek sayı olan kareleri doldurarak başlayın. Bu üç bulmacalardan en soldaki oldukça kolaydır çünkü 5 ve 7 yerleştirildikten sonra, 3 ve 2'yi bulmak basit oluyor. Son olarak da 8'i yerleştirmek kolaylaşıyor. Her bir "tek eksikli" kareyi çözdükçe, yeni "tek eksikler" ortaya çıkar ve bunları hesaplamak kolaylaşır.

Kolay hesaplanan bulmacalar, çocuğunuz için iyi bir pratik sağlar, bu yüzden tüm bulmacaları zor yapma konusuna pek takılmayın.

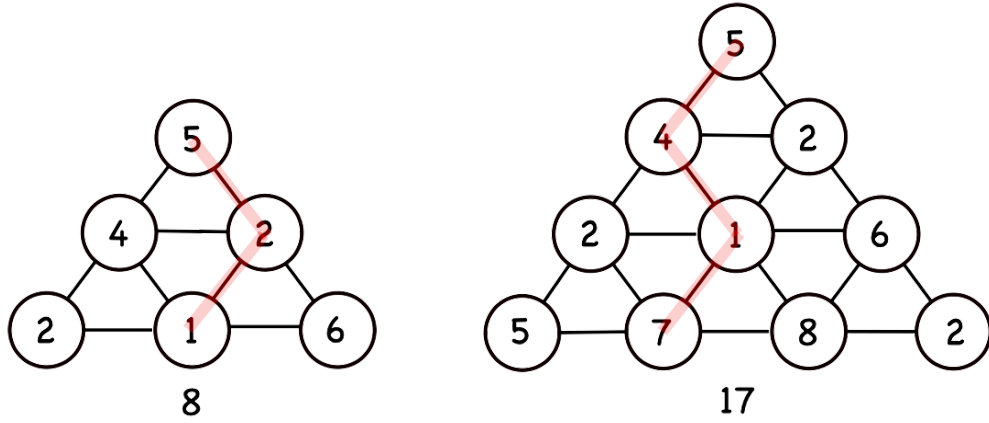
Ortadaki bulmaca biraz daha zor. Hiç "tek eksikli" kare yok. Bu tür bulmacalar için iyi bir strateji, özellikle büyük veya küçük eksik toplamları olan satır veya sütunlara bakmaktır — bunlar için seçenekler nispeten azdır. Bu bulmacada alt satır ve en sağdaki sütun başlamak için iyi yerlerdir. Alt satırdaki eksik sayıların toplamı 16 olduğundan, bunlar 7 ve 9 olmalıdır. 9, içinde 6 bulunan sütuna yerleştirilemez (o sütunun toplamı çok büyük olur), bu yüzden 7 ve 9'un yerleri belli olur. Geri kalanı, önceki bulmacadaki gibi çözülür.

En sağdaki bulmacada, kenar numaralarından ikisi eksik bırakılmıştır. Çocuğunuz, yan sayıların 1'den 9'a kadar olan sayıların toplamı olan 45'e eşit olduğunu fark ettiğinde, eksik olan bir yan sayıyı doldurmak oldukça kolay olacaktır.

Bölüm 4 - Toplama Piramidi

4 satır halinde yerleştirilmiş 10 sayıdan oluşan bir sayı piramidi ve bir hedef sayı verilir. Amaç, piramitte her satırdan bir sayı seçerek hedef sayıya ulaşan bir toplam elde edecek şekilde bir yol bulmaktır. Yol üzerindeki sayılar birbirine bitişik olmalıdır.

Bu tür bir bulmaca oluşturmak için önce yol üzerinde yer almasını istediğiniz sayıları piramitteki satırlara yerleştirin ve bu sayıların toplamını bir kenara not edin. Ardından piramitte kalan boşlukları yanıtıcı dekor sayılarla doldurun. Piramitteki olası yol sayıları her yeni satır eklendiğinde ikiye katlandığından, 10 sayılı bulmacayı kolay bulan çocuklar için daha büyük piramidler oluşturmak ideal bir zorluk seviyesi sunar. 10 sayılı bulmaca çocuğa zor geliyorsa, çözümleri kolay ve hızlı hale gelene kadar 6 sayılı bulmacalarla başlamak daha uygundur.



Daha büyük bulmacalarda, piramitte yalnızca bir doğru yol olmasını sağlamak, bulmacayı hazırlayan için zorlu olabilir. Bunun için fazla endişelenmeyin. Tek bir yol olması güzel olsa da, çocuğunuz size birden fazla çözüm yolu olduğunu göstermekten keyif alacaktır.

Bölüm 4 - Araştırmalar

— Çiçek Yaprakları —

Araştırma

Büyülü bir bahçede iki çeşit çiçek vardır. Birinin 4, diğerinin 7 taç yaprağı bulunur. Bir çocuktan, toplam taç yaprak sayısı 13 olacak şekilde çiçekler toplaması istenir. Bu mümkün müdür? Peki ya 15 taç yaprak? Hangi taç yaprak sayıları mümkündür? Mümkün olan sayılar için birden fazla kombinasyon var mıdır? Örneğin, 32 taç yaprak: dört adet 7'li ve bir adet 4'lü çiçekle veya sekiz adet 4'lü çiçekle elde edilebilir.

Çeşitli sayı ikililerini test ederek bolca örnek elde edebiliriz. Bazı sayı çiftleri için öyle bir noktaya gelinir ki, tüm taç yaprağı sayıları mümkün olur ; bazı sayı çiftleri için ise böyle bir nokta yoktur. Örneğin 4 ve 7 için 18'den itibaren her sayı mümkündür. Ancak 3 ve 6 için, tüm sayıların görüldüğü bir nokta hiç oluşmaz.

Desen nedir ve bu desenleri ne oluşturur? Bu genellikle karşımıza çıkan sorulardır ve burada birçok ilginç şey gerçekleşir.

En kolay olanı, bir sayının her iki sayıyı da tam böldüğü durumu görmektir. Örneğin 3 ve 6'yı ele alalım. Bu sayıları 1×3 ve 2×3 olarak düşünelim. Bu sayıları topladığımızda, her zaman 3'ün katını elde ederiz. 3 ve 6'yı toplayarak 10'u elde etmenin bir yolu yoktur, çünkü 10, 3'ün katı değildir.

İki sayıyı da bölen tek sayı 1 olduğunda, her sayının elde edilebileceği bir nokta mutlaka vardır. 4 ve 7 için bu sayı 18'dir. Bu sayıyı bulabilmek için, çiftimizdeki her sayıdan 1 çıkartıp ortaya çıkan yeni sayıları çarpmanız yeterli olacaktır. Bu durumda $3 \times 6 = 18$ eder. Bu durumun bir diğer ilginç yönü de, 18'den küçük sayıların tam yarısının ulaşılabilir olmasıdır. Bunun neden işe yaradığını açıklamak, bir çocuk için biraz fazla karmaşık matematik gerektirir : yine de bu hesaplamayla oynamak eğlencelidir ve çocuğunuzun bu örüntüleri deneyimlemesi, çok daha sonrasında "aha" anına dönüşebilir.

— Merdiven Basamakları - Kaç Farklı Yöntemle Çıkılabilir? —

Araştırma

Diyelim ki çocuğunuz bazen iki basamaktan atlayarak çıkarken, bazen de birer basamakla merdiven çıkmayı seviyor. Eğe çocuğunuz merdivenle yukarı çıkmak istiyorsa, bu işlemi kaç farklı şekilde yapabileceğini sormak doğaldır.

Örneğin, 0 basamak için sadece bir çözüm vardır - olduğunuz yerde durmak. 1 basamak için tek bir yol vardır - tek bir adım atarsınız. 2 basamak içinse ya çift adım atarak basamak atlarsınız yada her iki basamağı da tek adımlarla atarsınız.

Çocuğunuz bunun gibi birçok örneği dikkatlice saymalı ve sonuçları için bir tablo hazırlamalıdır. Fazla bilginin olduğu durumlarda, tablo kullanmak bilgiyi düzenlemede yardımcı olur ve kalıplaşmış desenlerin ortaya çıkmasına yardımcı olur . Tablo şu şekilde görünebilir (tamam, 6'dan fazlaya kaçmak biraz fazla sabır gerektirebilir, ama yine de işte sayılar):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

Bu sayıları göz attıktan sonra, çocuğunuz her ardışık sayı çiftinin bir sonraki sayıya ulaştığını görebilir. Peki nasıl böyle olabiliyor? Bu sayılara Fibonacci Sayıları denir. Resmi Fibonacci Sayıları oluşturma kuralı, her sayının önceki iki sayının toplamı olması şeklindedir . Bu durum adımlar için de geçerlidir. Hmmm ...

Bu örneğe yakından bakalım - diyelim ki 5 basamak var. 8 olasılığımız vardır: 1+1+1+1+1, 1+1+2+1, 1+2+1+1, 2+1+1+1, 2+2+1, 1+1+1+2, 1+2+2, ve 2+1+2. İlk 5 olasılıkta son 1, son 3 olasılıkta ise son adım 2'dir. Bu durumu açıklıyor- 5 basamağı çıkmanın iki yolu vardır: ya önce 4 basamak çıkıp sonra 1 basamak çıkarsınız ya da önce 3 sonra 2 basamak daha çıkabilirsiniz. 5 basamak çıkmanın yolu, 4 basamak ve 3 basamak çıkma yollarının toplamına eşittir.

Kalıplanmış desenler genellikle örnekler sabırla incelenerek, verileri düzenleyerek, bu verilere yakından bakarak ve olayların neden böyle gerçekleştiğine dair açıklamalar arayarak anlaşılır. Bu, çocuğunuzda geliştirilmesi gereken iyi bir alışkanlıktır.

— Eşitlik Terazisi —

Araştırma

Terazi, iki nesnenin aynı ağırlıkta olup olmadığını anlamaya yardımcı olan basit bir alettir. Terazi genellikle, bu ölçmeyi yapabilmek için bir dizi ağırlıkla beraber gelir. Kullanabileceğiniz ağırlıkları sınırladığınızda yapabileceğiniz birçok ilginç araştırma şekli vardır.

Tek Tip Ağırlık: Diyelim mi elimizde birden fazla ağırlık var ama hepsi aynı - örneğin 5 birim. Bu durumda tam olarak tartabileceğimiz tek nesnelere, 5'in katı olan nesnelere (tıpkı 5'er sayarak saymak gibi).

İki Tip Ağırlık - Bir Taraf: Diyelim ki elimizde sadece 4 ve 7 birimlik ağırlıklar var ve bunları terazinin yalnızca bir kısmına koyuyoruz. Bu durumda tartabileceğiniz şeyler, Çiçek Yaprağı araştırmasında bulduğunuz sayılarla aynıdır. 4 ve 7 birimli ağırlıklar için, 18 birimden başlayarak her şeyi tam olarak tartabilirsiniz. Eğer ağırlıklar 4 ve 6 birimlikse, sadece 4'ten başlayan çift sayıları tartabilirsiniz.

İki Tip Ağırlık - İki Taraf: Çocuğunuz, sadece bir tarafa iki tip ağırlık koyarak yaptığı Araştırmalardan sonra, sizin ondan 3 ya da 1 birimlik bir nesneyi 4'lükler ve 7'likler tartmasını istediğinizde şaşırabilir. Buradaki püf nokta, bazı ağırlıkları bir tarafa koyarken diğerlerini ise karşı tarafa koymaktır. Örneğin, bir nesnenin 3 birimlik olduğunu doğrulayabilmek için 4 birimlik bir ağırlık ekleyerek bu düzenin 7 birimlik bir ağırlıkla dengelendiğini deneyimleyin. Benzer bir şekilde, bir nesnenin 1 birim ağırlığında olduğunu doğrulamak için birlikte 7 birimlik birlikte bir tarafa koyun ve iki tane 4 birimlik ağırlıkla dengelendiğini görün.

Bu araştırmanın içinde Bezout Teoremi adlı önemli bir matematik teoremi gizlidir. Çocuğunuzun şu anda bu teoremi bilmesine gerek yoktur ama küçük bir çocuğun ileri düzey matematik ile oynuyor olması harika değil mi?

Ağırlıkları İkiye Katlama: Eğer elinizde 1, 2, 4, 8 ve 16 şeklinde ikiye katlanarak artan ağırlıkların her birinden birer tane varsa ne olur? 13 ağırlığında bir şeyi kaç farklı şekilde tartabilirsiniz? Ölçülebilecek en büyük ağırlık nedir?

Biraz araştırma sonrası, en yüksek ağırlığın iki katından bir eksiğe kadar olan her şeyi tartmanın mümkün olduğunu görebilirsiniz - bu durumda bu sayı 31'dir. Ayrıca, tartılabilecek her öge sadece bir tek şekilde tartılabilir - örneğin $13 = 1 + 4 + 8$ 'dir ve bunu başka bir şekilde elde edemezsiniz. Oldukça ilginç! Bu durum ikili sayı sistemiyle alakalıdır.

Fibonacci Ağırlıkları: Peki ya ağırlıklarımız Fibonacci Sayıları olsaydı o zaman ne olurdu? Ağırlıkları birden fazla şekilde tartmak mümkün mü? Her ağırlığı sadece tek bir şekilde tartılabilecek şekilde kısıtlamaya çalışın.

Diyelim ki 1, 1, 2, 3, 5, 8, ve 13 ağırlıklarından sadece bir tane var. Bu durumda, $10 = 2 + 3 + 5 = 2 + 8 = 1 + 1 + 3 + 5 = 1 + 1 + 8$. Bu yinelemenin/tekrarın sebebi, Fibonacci kuralının Fibonacci sayılarını kendi cinsinden birden fazla şekilde ifade etmeye izin vermesidir - örneğin, $2 = 1 + 1$ ve $8 = 5 + 3$. Bu sorunun çözmenin yolu, dizide birbirine komşu olan olan Fibonacci sayılarını kullanmayağımızı dair bir şart koştur. Bu kısıtlama eklendiğinde, 10'u elde etmenin tek yolu $2 + 8$ olur.